

Themen für Abschlussarbeiten

Gruppe Mathematikdidaktik

23. Juli 2024

Inhaltsverzeichnis

Themen für eine Bachelorarbeit	2
Inhaltliche Vorstellungen von SchülerInnen zu den Rechenoperationen der Addition und Multiplikation im Kontext der Geometrie	2
Reales oder mathematisches Problem: Einfluss der Aufgabenart bei der Umrechnung zwischen numerischen Darstellung relativer Häufigkeiten	3
Stufenmodell Einheitsquadrat 1: Wege zum Einheitsquadrat	3
Stufenmodell Einheitsquadrat 2: Vom Einheitsquadrat zum Baumdiagramm und wieder zurück	4
Stufenmodell Einheitsquadrat 3: Ein Einheitsquadrat kommt besser nicht allein	5
Wie kann konzeptuelles stochastisches Wissen bei Schüler*innen in Österreich getestet werden?	5
Themen für eine Masterarbeit	6
Durchführung eines qualitativen Interviews mit MINT-Studierenden, um die Entwicklung des mathematischen Selbstkonzept bei Männern und Frauen nachverfolgen zu können	6
Literatur	7

Themen für eine Bachelorarbeit

Inhaltliche Vorstellungen von SchülerInnen zu den Rechenoperationen der Addition und Multiplikation im Kontext der Geometrie

Ansprechperson: Marion Zöggeler, marion.zoeggeler@uibk.ac.at

Die Grundvorstellung des Dazunehmens bei der Addition und die Vorstellung bei den natürlichen Zahlen, dass die Multiplikation ein Vermehren bedeutet und mit einem größer werdenden Ergebnis einhergeht, sind für ein inhaltliches Verständnis der entsprechenden Rechenoperationen nicht ausreichend bzw. führen zu Fehlvorstellungen und Schwierigkeiten. Um dem entgegenzuwirken, ist das inhaltliche Denken bei Rechenoperationen unerlässlich; es steht in seiner Bedeutung über dem formalen Denken (vgl. Prediger, 2009). Aber gerade die Anwendung von Rechenoperationen in einem konkreten Kontext bereitet vielen SchülerInnen Schwierigkeiten, was sich auch bei der Erstellung von Rechengeschichten zu vorgegebenen Rechnungen bzw. Termen zeigt (vgl. ebd.). Während in der besagten Studie das inhaltliche Gebiet der Mathematik offen ist, wird in den in der Folge genannten Arbeiten der Schwerpunkt auf die Wahrscheinlichkeit gelegt. Die Bachelorarbeit von Frau Taxer zu „Inhaltliches Denken zu Addition und Multiplikation von Wahrscheinlichkeiten“ und ähnliche durchgeführte Studien an der Universität Innsbruck und der Pädagogischen Hochschule in Feldkirch zeigen, dass die Lernenden im Kontext der Wahrscheinlichkeit größere Verständnisschwierigkeiten bei der Addition als bei der Multiplikation aufweisen. In Anlehnung an diese Untersuchungen soll das konzeptionelle Verständnis vorgegebener Rechenoperationen im Kontext der Geometrie untersucht werden. Es soll eine diesbezügliche Studie mit SchülerInnen geplant, durchgeführt und ausgewertet werden. Des Weiteren sollen Vergleiche zu den bisherigen Studien erfolgen und mögliche Hypothesen aufgestellt werden.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Weisen die SchülerInnen im Kontext der Geometrie ein konzeptionelles Verständnis der Addition und Multiplikation auf?
- Wie lassen sich etwaige Fehler im konzeptionellen Verständnis kategorisieren?
- Welche Hypothesen können durch einen Vergleich mit bisherigen Studien zum konzeptionellen Verständnis der Addition und Multiplikation in anderen Teilgebieten der Mathematik aufgestellt werden?

Hilfreiche Vorbedingungen:

- Bereitschaft für die Einarbeitung in die Software RStudio für die quantitative Datenanalyse

Literaturhinweise:

- Taxer, J. (2022). Inhaltliches Denken zu Addition und Multiplikation von Wahrscheinlichkeiten. Bachelorarbeit an der Universität Innsbruck.
- Prediger, S. (2008). Discontinuities for mental models—A source for difficulties with the multiplication of fractions. D. De Bock, B. D. Søndergaard, B. A. Gómez, & C. L. Cheng (Eds.), Proceedings of ICME-11 – Topic Study Group 10, Research and Development of Number Systems and Arithmetic. pp. 29 – 37.
- Prediger, S. (2009). Inhaltliches Denken vor Kalkül – ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten. Fritz, A., & Schmidt, S. (Hrsg.). Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe 1. Beltz Verlag. S. 213 – 234.

Reales oder mathematisches Problem: Einfluss der Aufgabenart bei der Umrechnung zwischen numerischen Darstellung relativer Häufigkeiten

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at

Relative Häufigkeiten werden in der Sekundarstufe meist grafisch dargestellt etwa als Balken-, Säulen- oder Streifendiagramm. Als numerische Darstellungen werden explizit die Schreibweisen als Bruch, als Dezimalzahl oder als Prozent thematisiert. Weitere Schreibweisen, wie beispielsweise als natürliche Häufigkeiten (a von b), als "jeder wievielte" (jeder Dritte) oder als Chancenverhältnis (c zu d) werden bestenfalls implizit angesprochen.

In einer Bachelorarbeit vom SS2024 wurde der Zusammenhang zwischen der Performanz bei Aufgaben zum Bruchzahlverständnis und der Performanz bei Aufgaben zur Umrechnung zwischen den numerischen Schreibweisen relativer Häufigkeit untersucht, dabei wurden sowohl Aufgaben mit realen Problemen als auch mit mathematischen Problemen gestellt. Im Rahmen der angedachten Bachelorarbeit soll untersucht werden, ob es einen Einfluss dieser beiden Aufgabenarten im Hinblick auf die Bearbeitung gab. Abhängig von der Verfügbarkeit einer Lernendengruppe kann auch ein adaptiertes Testinstrument eingesetzt werden.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

1. Inwiefern beeinflusst die Aufgabenart (reales oder mathematisches Problem) die Bearbeitung von Aufgaben zur Umrechnung zwischen numerischen Darstellung relativer Häufigkeiten?
2. Wie sollte ein entsprechendes Testinstrument aussehen?

Literaturhinweise:

- Wiesner, P., Binder, K., Krauss, S., Steib, N., & Leusch, C. (2023). Sechs verschiedene numerische Darstellungen für „25 %“ – und wie man sie ineinander umrechnen kann. *Stochastik in Der Schule*, 43(1), 2–12.

Stufenmodell Einheitsquadrat 1: Wege zum Einheitsquadrat

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at oder Pia Tscholl, pia.tscholl@uibk.ac.at

Das Einheitsquadrat – auch Flächenbild, Quadratbild oder Rechteckbild genannt (vgl. Barzel et al., 2017, S. 127ff.) – ist *eine* Möglichkeit, Vierfeldertafel grafisch darzustellen. Dabei wird ein Einheitsquadrat so in Rechtecke aufgeteilt, dass die Flächeninhalte den vier jeweiligen relativen (Schnitt-)Häufigkeiten der Vierfeldertafel entsprechen. Die eigenständige Erstellung von Einheitsquadraten zu einer vorgegebenen Vierfeldertafel ist für die Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 mit vielen Hürden rund um das Rechnen mit relativen Häufigkeiten verbunden und damit im Allgemeinen zu schwierig. Allerdings birgt das Einheitsquadrat großes Potential zum Aufbau innerer Bilder und Verstehensstützen auf unterschiedlichen Stufen des Stochastikunterrichts, wie z.B. Darstellung von Ereignissen und ihrer zugehörigen Wahrscheinlichkeiten, Addition von Wahrscheinlichkeiten, Unabhängigkeit von Ereignissen, bedingte Wahrscheinlichkeiten und „Bayesianische Aufgaben“.

In der Bachelorarbeit soll im Rahmen einer Materialentwicklungsarbeit (als Teil einer möglichen fachdidaktischen Entwicklungsforschung) untersucht werden über welche Wege, also durch Anknüpfung an welches schulische Vorwissen, das Arbeiten mit Einheitsquadrat gelernt werden kann. Es steht dazu eine Prototyp einer Shiny-App zur Verfügung, in der nach Eintragen der vier Schnitthäufigkeiten ein zugehöriges Einheitsquadrat erstellt wird. Naheliegende Anknüpfungspunkte sind: Ausgehend

von absoluten Säulenendiagrammen zu relativen Säulendiagrammen und diese dann nebeneinander darzustellen oder Visualisierung der Multiplikation von rationalen Zahlen.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Ausgehend von welchen Lehrplaninhalten der Sekundarstufe 1 lässt sich das Arbeiten mit Einheitsquadrat lernen?
- Wie müsste die vorhanden Shiny-App angepasst werden, um diesen Lernprozess zu begleiten?

Hilfreiche Vorbedingungen:

- Bereitschaft sich ggf. in die Programmierung von Shiny-Apps einzuarbeiten

Literaturhinweise:

Binder et al. (2015)

Stufenmodell Einheitsquadrat 2: Vom Einheitsquadrat zum Baumdiagramm und wieder zurück

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at oder Pia Tscholl, pia.tscholl@uibk.ac.at

Das Einheitsquadrat – auch Flächenbild, Quadratbild oder Rechteckbild genannt (vgl. Barzel et al., 2017, S. 127ff.) – ist *eine* Möglichkeit, die Wahrscheinlichkeiten eines zweistufigen (vorrangig dichotomen) Zufallsexperiments grafisch darzustellen. Dabei wird ein Einheitsquadrat so in Rechtecke aufgeteilt, dass die Flächeninhalte den vier jeweiligen relativen (Schnitt-)Häufigkeiten entsprechen. Eine anderer sehr verbreitete Visualisierung sind Baumdiagramme, die in der Lehrplannovelle (RIS Lehrpläne AHS, 2023) bereits ab der 5. Schulstufe explizit genannt wird.

Ausgehend von der Annahme, dass Einheitsquadrate hilfreich beim Aufbau innerer Bilder und Verstehensstützen auf unterschiedlichen Stufen des Stochastikunterrichts sind, soll in der Bachelorarbeit ein kurzes Lernangebot erarbeitet werden, dass durch stufenweise Abstraktion den Darstellungswechsel vom Einheitsquadrat zum Baumdiagramm begleitet (und ggf. auch wieder zurück).

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Welche Informationen sind in einem Einheitsquadrat möglich und welche werden benötigt um daraus ein Baumdiagramm zu erstellen?
- Welche Verständnisschwierigkeiten gibt es beim Einheitsquadrat und welche beim Baumdiagramm?
- Worauf muss daher beim Darstellungswechsel besonders geachtet werden?

Literaturhinweise:

Binder et al. (2022)

Stufenmodell Einheitsquadrat 3: Ein Einheitsquadrat kommt besser nicht allein

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at oder Pia Tscholl, pia.tscholl@uibk.ac.at

Das Einheitsquadrat ist *eine* Möglichkeit, Daten aus einem zweistufigen (vorrangig dichotomen) Zufallsexperiments grafisch darzustellen. In den letzten Jahren wurden die Wirksamkeit von Knoten-Ast-Strukturen (Baum, Doppelbaum, Netz) aber auch vom Einheitsquadrat bei der Bearbeitung von Bayesianischen Aufgaben untersucht (Binder et al., 2022; Büchter et al., 2022). Dabei zeigt v.a. der Doppelbaum große Effekte beim Vergleich der Anteile korrekter Antworten. Allerdings wurde beim Einheitsquadrat auf die Möglichkeit verzichtet, ein zweites – Döller & Götz (2021) nennen es transponiertes – Einheitsquadrat zu verwenden.

In der Bachelorarbeit soll – durch Gegenüberstellung mit den bisherigen Visualisierungen bei Bayesianischen Aufgaben – das Potential, aber auch die Schwächen des – nennen wir es vorläufig – „Einheitsquadrat-Paares“ (oder auch „Doppel-Einheitsquadrat“) herausgearbeitet werden. Dazu steht bei Bedarf ein Prototyp einer Shiny-App zur Verfügung, in der nach Eintragen der vier Schnitthäufigkeiten das zugehörige Einheitsquadrat-Paar erstellt wird.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Welche bekannten Schwierigkeiten beim Lösen Bayesianischen Aufgaben können mit der Visualisierung als „Einheitsquadrat-Paar“ thematisiert werden?
- Wie kann bzw. sollte das „Einheitsquadrat-Paar“ gestaltet werden, um für die Lernenden nicht kognitiv überlastend zu sein?

Literaturhinweise:

- Büchter et al. (2022)
- Binder et al. (2022)

Wie kann konzeptuelles stochastisches Wissen bei Schüler*innen in Österreich getestet werden?

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at oder Pia Tscholl, pia.tscholl@uibk.ac.at

Die 2023 eingeführte Novelle des Lehrplans verschiebt den Start der stochastischen Ausbildung von die Sekundarstufe II in die Sekundarstufe I. Dabei stellt sich die Frage, ob durch die Novelle eine reine Verschiebung der Inhalte stattfindet oder ob tatsächlich neue Aspekte der Stochastikausbildung eingeführt werden. Um diese Frage zu klären, sollen im Zuge dieser Bachelorarbeit die Inhalte der stochastischen Ausbildung der 10. Schulstufe im alten Lehrplan mit den Inhalten der stochastischen Ausbildung der 7./8. Schulstufe im neuen Lehrplan verglichen werden. Bezüglich der wesentlichen stochastischen Inhalte, die in beiden Lehrplanversionen vorkommen, soll ein diagnostischer Test zusammengestellt werden, der das betreffende konzeptuelle Verständnis für diese beiden Jahrganggruppen abprüft. Dieser Test soll entweder auf einem bereits bestehenden, validierten Test beruhen oder eine Zusammenstellung bereits validierter Test-Items zu den inhaltlichen Übereinstimmungen in der stochastischen Ausbildung zwischen dem alten und neuen Lehrplan sein. Die Test-Items können beispielsweise aus passenden PISA, TIMSS, Statistics Concept Inventory oder Advanced Placement Statistics Erhebungen stammen, wobei weitere Tests bzw. altersstufengerechtere Tests herangezogen werden können. Es wären sowohl standardisierte als auch formative Test-Items für das Projekt passend. Ein solcher

Test könnte sowohl als Forschungsinstrument als auch als Diagnoseinstrument für Lehrpersonen eingesetzt werden.

Für diese Bachelorarbeit besteht die Möglichkeit, eine Pilotierung und Validierung des entwickelten Testinstruments als Masterarbeit durchzuführen.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Welche stochastischen Inhalte und Konzepte werden laut neuem Lehrplan in der 7./8. Schulstufe bzw. der 10. Schulstufe im alten Lehrplan in Österreich vermittelt?
- Welche standardisierten und bereits validierten Tests bzw. Test-Items bestehen zum stochastischen Wissen dieser Altersstufe?
- Wie könnte basierend auf den bereits validierten Tests bzw. Test-Items ein standardisiertes Prüf-instrument zum stochastischen Wissensstand für Schüler*innen der 8. Schulstufe bzw. 10. Schulstufe in Österreich ausschauen?

Hilfreiche Vorbedingungen:

- Bereitschaft sich mit Organisationen, die standardisierte Stochastik-Tests erstellen, in Verbindung zu setzen und die Verwendung/veröffentlichung einzelner Test-Items auszuhandeln.

Literaturhinweise:

Die folgenden Literaturhinweise sind nicht passgenau zum Thema, geben aber einen ersten Einblick wie stochastische Tests entstehen und ausschauen können:

- Kirk, A. (2006): The Statistics Concept Inventory: Development and Analysis of a Cognitive Assessment Instrument in Statistics. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2130143 (Auch, wenn nicht altersstufengerecht)
- Lee, H.; Sanei, H.; Famularo, L.; Masters, J.; Bradshaw, L.; Schellman, M. (2023): Validating a concept inventory for measuring students' probabilistic reasoning: The case of reasoning within the context of a raffle. *The Journal of Mathematical Behavior* 71. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101081>
- Wiesner, P.; Binder, K.; Krauss, S.; Steib, N.; Leusch, C. (2023): Sechs verschiedene Darstellungsarten für "25%" - und wie man sie ineinander umrechnen kann. *Stochastik in der Schule* 43(1), S. 2-12. https://www.researchgate.net/publication/369147540_Sechs_verschiedene_Darstellungsarten_fur_25_-_und_wie_man_sie_ineinander_umrechnen_kann

Themen für eine Masterarbeit

Durchführung eines qualitativen Interviews mit MINT-Studierenden, um die Entwicklung des mathematischen Selbstkonzept bei Männern und Frauen nachverfolgen zu können

Ansprechperson: Pia Tscholl, pia.tscholl@uibk.ac.at

Linda Sax et al. (2015) haben in einer Studie herausgefunden, dass sich das mathematische Selbstkonzept von Frauen und Männern im Zuge eines MINT-Studiums tendenziell verschlechtert, wobei Frauen in allen MINT-Fächern ein geringeres mathematisches Selbstkonzept aufweisen als Männer. Im Rahmen einer kleineren Studie an der Universität Innsbruck konnte für die Fächer Mathematik und

Physik gegenteiliges festgestellt werden, wenngleich das mathematische Selbstkonzept auch hier im Laufe des Studiums abnimmt. Die nähere Beleuchtung dieser Umstände im Rahmen einer qualitativen Studie würden mehr über die Hintergründe dieses Phänomens verraten und langfristig dazu beitragen, besser auf die verschiedenen Bedürfnisse von Männern und Frauen im MINT-Studium eingehen zu können. Dazu ist eine qualitative Interviewstudie geplant, die einen bereits erstellten Interviewleitfaden validiert und erste Ergebnisse zum Thema liefert.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Für welche Zielgruppe wäre die Klärung des Phänomens besonders interessant (und ausführbar)?
- Wie kann ein Interviewleitfaden validiert werden?
- Wie kann eine deduktiv/induktive Kategorienbildung zur Auswertung der Interviews aussehen?

Hilfreiche Vorbedingungen:

- Bereitschaft, Personen aus der Zielgruppe für die Durchführung des Interviews zu akquirieren und das Interview selbst durchzuführen.
- Bereitschaft, die Validierung des Interviewleitfadens theoriegeleitet vorzunehmen.
- Bereitschaft, sich mit qualitativen Forschungsmethoden (insbesondere auch Transkription, Kategorienbildung) auseinanderzusetzen.

Literaturhinweise:

- Sax, L.J., Kanny, M.A., Riggers-Piehl, T.A. et al. "But I'm Not Good at Math": The Changing Salience of Mathematical Self-Concept in Shaping Women's and Men's STEM Aspirations. *Res High Educ* 56, 813–842 (2015). <https://doi.org/10.1007/s11162-015-9375-x>

Literatur

- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2017). *Mathewerkstatt. 10, Schulbuch* (1. Aufl.). Cornelsen.
- Binder, K., Krauss, S., & Bruckmaier, G. (2015). Effects of Visualizing Statistical Information – an Empirical Study on Tree Diagrams and 2×2 Tables. *Frontiers in Psychology*, 6. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2015.01186>
- Binder, K., Steib, N., & Krauss, S. (2022). Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? *Journal für Mathematik-Didaktik*. <https://doi.org/10.1007/s13138-022-00215-9>
- Büchter, T., Eichler, A., Steib, N., Binder, K., Böcherer-Linder, K., Krauss, S., & Vogel, M. (2022). How to Train Novices in Bayesian Reasoning. *Mathematics*, 10(9), 1558. <https://doi.org/10.3390/math10091558>
- Verordnung des Bundesministers für Bildung, Wissenschaft und Forschung, mit der die Verordnung über die Lehrpläne der Volksschule und Sonderschulen, die Verordnung über die Lehrpläne für Minderheiten-Volksschulen und für den Unterricht in Minderheitensprachen in Volksschulen in den Bundesländern Burgenland und Kärnten, die Verordnung über die Lehrpläne der Mittelschulen und die Verordnung über die Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen geändert werden;

Bekanntmachung der Lehrpläne für den Religionsunterricht, BGBl. II Nr. 1/2023 (2023). <https://www.ris.bka.gv.at/eli/bgbl/II/2023/1/20230102>

Döller, V., & Götz, S. (2021). Baumdiagramme und Einheitsquadrate 4.0. *Stochastik in der Schule*, 41(3), 9–19.