

Themen für Abschlussarbeiten

Gruppe Mathematikdidaktik

21. Januar 2026

Inhaltsverzeichnis

Themen für eine Bachelorarbeit	2
Curriculare Implementierung der Wahrscheinlichkeitsrechnung im neuen Lehrplan der Sekundarstufe I	2
Aufgaben zu probabilistische Fehlvorstellungen	2
Stufenmodell Einheitsquadrat 1: Wege zum Einheitsquadrat	3
Stufenmodell Einheitsquadrat 3: Ein Einheitsquadrat kommt besser nicht allein	4
Wie kann konzeptuelles stochastisches Wissen bei Schüler*innen in Österreich getestet werden?	4
Vektoren inhaltlich verstehen: Ein Lernangebot einsetzen	5
Themen für eine Masterarbeit	6
Literatur	6

Themen für eine Bachelorarbeit

Curriculare Implementierung der Wahrscheinlichkeitsrechnung im neuen Lehrplan der Sekundarstufe I

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at oder Magdalena Steuxner, magdalena.steuxner@uibk.ac.at

Mit dem neuen Lehrplan der Sekundarstufe I (gültig seit 2023/24) wird die Wahrscheinlichkeitsrechnung ab dem Schuljahr 2025/26 erstmals verbindlich in der 7. und 8. Schulstufe verankert. In dieser Bachelorarbeit sollen auf Grundlage des Stages-of-Concern-Modells die Einstellungen von Lehramtsstudierenden gegenüber dieser Lehrplanreform untersucht werden (vgl. Hall & Hord, 2006).

Ziel ist es, basierend auf dem Fragebogen "Measuring Implementation in Schools: The Stages of Concern Questionnaire" (vgl. George et al., 2008) zu erfassen, wie Lehramtsstudierende der Reform gegenüberstehen. Der weiterentwickelte Fragebogen soll anschließend in einer ersten qualitativen Testphase erprobt werden, um Verständlichkeit, Anwendbarkeit und mögliche Anwendungsschwierigkeiten zu identifizieren sowie Ansatzpunkte für eine Weiterentwicklung des Instruments zu gewinnen.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Welche Stages of Concern lassen sich bei Lehramtsstudierenden in Bezug auf die Einführung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in die Sekundarstufe 1 identifizieren?
- Welche Anpassungen erscheinen notwendig, um den Fragebogen für eine spätere quantitative Erhebung weiterzuentwickeln?

Literaturhinweise:

- Hall & Hord (2006)
- George et al. (2008)
- Pant et al. (2008)
- Dorn (2019)

Aufgaben zu probabilistische Fehlvorstellungen

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at

In der mathematikdidaktischen Forschung sind verschiedene Fehlvorstellungen im Bereich der Wahrscheinlichkeitstheorie dokumentiert, wie z.B. *representativeness bias*, *equiprobability misconception*, oder *outcome orientation bias* (vgl. Khazanov & Prado, 2010). Aufgaben, die diese Fehlvorstellungen thematisieren, sind wichtig, um Lernende dabei zu unterstützen, ein korrektes Verständnis von Wahrscheinlichkeitskonzepten zu entwickeln. In österreichischen Schulbüchern ist das Potential solcher Aufgaben noch ausbaufähig (vgl. zum Thema Bruchoperationen Grissemann, 2023).

In der angedachten Bachelorarbeit sollen zunächst bekannte probabilistische Fehlvorstellungen gesammelt und vorgestellt werden. Anschließend sollen Aufgaben ausgewählt bzw. entwickelt werden, die – angepasst an die Vorgaben des österreichischen Lehrplans – gezielt diese Fehlvorstellungen thematisieren.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Wie lassen sich die gefundenen probabilistischen Fehlvorstellungen in Aufgaben thematisieren?
- Welche Anpassungen sind notwendig, um den Anforderungen des österreichischen Lehrplan gerecht zu werden?

Literaturhinweise:

- Batanero & Álvarez-Arroyo (2024)
- Khazanov & Prado (2010)
- Tversky & Kahneman (1983)

Stufenmodell Einheitsquadrat 1: Wege zum Einheitsquadrat

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at

Das Einheitsquadrat – auch Flächenbild, Quadratbild oder Rechteckbild genannt (vgl. Barzel et al., 2017, S. 127ff.) – ist *eine* Möglichkeit, Vierfeldertafel grafisch darzustellen. Dabei wird ein Einheitsquadrat so in Rechtecke aufgeteilt, dass die Flächeninhalte den vier jeweiligen relativen (Schnitt-)Häufigkeiten der Vierfeldertafel entsprechen. Die eigenständige Erstellung von Einheitsquadraten zu einer vorgegebenen Vierfeldertafel ist für die Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 mit vielen Hürden rund um das Rechnen mit relativen Häufigkeiten verbunden und damit im Allgemeinen zu schwierig. Allerdings birgt das Einheitsquadrat großes Potential zum Aufbau innerer Bilder und Verstehensstützen auf unterschiedlichen Stufen des Stochastikunterrichts, wie z.B. Darstellung von Ereignissen und ihrer zugehörigen Wahrscheinlichkeiten, Addition von Wahrscheinlichkeiten, Unabhängigkeit von Ereignissen, bedingte Wahrscheinlichkeiten und „Bayesianische Aufgaben“.

In der Bachelorarbeit soll im Rahmen einer Materialentwicklungsarbeit (als Teil einer möglichen fachdidaktischen Entwicklungsforschung) untersucht werden über welche Wege, also durch Anknüpfung an welches schulische Vorwissen, das Arbeiten mit Einheitsquadrat gelernt werden kann. Es steht dazu eine Prototyp einer Shiny-App zur Verfügung, in der nach Eintragen der vier Schnitthäufigkeiten ein zugehöriges Einheitsquadrat erstellt wird. Naheliegende Anknüpfungspunkte sind: Ausgehend von absoluten Säulenendiagrammen zu relativen Säulendiagrammen und diese dann nebeneinander darzustellen oder Visualisierung der Multiplikation von rationalen Zahlen.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Ausgehend von welchen Lehrplaninhalten der Sekundarstufe 1 lässt sich das Arbeiten mit Einheitsquadrat lernen?
- Wie müsste die vorhanden Shiny-App angepasst werden, um diesen Lernprozess zu begleiten?

Hilfreiche Vorbedingungen:

- Bereitschaft sich ggf. in die Programmierung von Shiny-Apps einzuarbeiten

Literaturhinweise:

Binder et al. (2015)

Stufenmodell Einheitsquadrat 3: Ein Einheitsquadrat kommt besser nicht allein

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at Das Einheitsquadrat ist eine Möglichkeit, Daten aus einem zweistufigen (vorrangig dichotomen) Zufallsexperiments grafisch darzustellen. In den letzten Jahren wurden die Wirksamkeit von Knoten-Ast-Strukturen (Baum, Doppelbaum, Netz) aber auch vom Einheitsquadrat bei der Bearbeitung von Bayesianischen Aufgaben untersucht (Binder et al., 2022; Büchter et al., 2022). Dabei zeigt v.a. der Doppelbaum große Effekte beim Vergleich der Anteile korrekter Antworten. Allerdings wurde beim Einheitsquadrat auf die Möglichkeit verzichtet, ein zweites – Döller & Götz (2021) nennen es transponiertes – Einheitsquadrat zu verwenden.

In der Bachelorarbeit soll – durch Gegenüberstellung mit den bisherigen Visualisierungen bei Bayesianischen Aufgaben – das Potential, aber auch die Schwächen des – nennen wir es vorläufig – „Einheitsquadrat-Paares“ (oder auch „Doppel-Einheitsquadrat“) herausgearbeitet werden. Dazu steht bei Bedarf ein Prototyp einer Shiny-App zur Verfügung, in der nach Eintragen der vier Schnitthäufigkeiten das zugehörige Einheitsquadrat-Paar erstellt wird.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Welche bekannten Schwierigkeiten beim Lösen Bayesianischen Aufgaben können mit der Visualisierung als „Einheitsquadrat-Paar“ thematisiert werden?
- Wie kann bzw. sollte das „Einheitsquadrat-Paar“ gestaltet werden, um für die Lernenden nicht kognitiv überlastend zu sein?

Literaturhinweise:

- Büchter et al. (2022)
- Binder et al. (2022)

Wie kann konzeptuelles stochastisches Wissen bei Schüler*innen in Österreich getestet werden?

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at

Die 2023 eingeführte Novelle des Lehrplans verschiebt den Start der stochastischen Ausbildung von die Sekundarstufe II in die Sekundarstufe I. Dabei stellt sich die Frage, ob durch die Novelle eine reine Verschiebung der Inhalte stattfindet oder ob tatsächlich neue Aspekte der Stochastikausbildung eingeführt werden. Um diese Frage zu klären, sollen im Zuge dieser Bachelorarbeit die Inhalte der stochastischen Ausbildung der 10. Schulstufe im alten Lehrplan mit den Inhalten der stochastischen Ausbildung der 7./8. Schulstufe im neuen Lehrplan verglichen werden. Bezüglich der wesentlichen stochastischen Inhalte, die in beiden Lehrplanversionen vorkommen, soll ein diagnostischer Test zusammengestellt werden, der das betreffende konzeptuelle Verständnis für diese beiden Jahrganggruppen abprüft. Dieser Test soll entweder auf einem bereits bestehenden, validierten Test beruhen oder eine Zusammenstellung bereits validierter Test-Items zu den inhaltlichen Übereinstimmungen in der stochastischen Ausbildung zwischen dem alten und neuen Lehrplan sein. Die Test-Items können beispielsweise aus passenden PISA, TIMSS, Statistics Concept Inventory oder Advanced Placement Statistics Erhebungen stammen, wobei weitere Tests bzw. altersstufengerechtere Tests herangezogen werden können. Es wären sowohl standardisierte als auch formative Test-Items für das Projekt passend. Ein solcher Test könnte sowohl als Forschungsinstrument als auch als Diagnoseinstrument für Lehrpersonen eingesetzt werden.

Für diese Bachelorarbeit besteht die Möglichkeit, eine Pilotierung und Validierung des entwickelten Testinstruments als Masterarbeit durchzuführen.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Welche stochastischen Inhalte und Konzepte werden laut neuem Lehrplan in der 7./8. Schulstufe bzw. der 10. Schulstufe im alten Lehrplan in Österreich vermittelt?
- Welche standardisierten und bereits validierten Tests bzw. Test-Items bestehen zum stochastischen Wissen dieser Altersstufe?
- Wie könnte basierend auf den bereits validierten Tests bzw. Test-Items ein standardisiertes Prüfinstrument zum stochastischen Wissensstand für Schüler*innen der 8. Schulstufe bzw. 10. Schulstufe in Österreich ausschauen?

Hilfreiche Vorbedingungen:

- Bereitschaft sich mit Organisationen, die standardisierte Stochastik-Tests erstellen, in Verbindung zu setzen und die Verwendung/veröffentlichung einzelner Test-Items auszuhandeln.

Literaturhinweise:

Die folgenden Literaturhinweise sind nicht passgenau zum Thema, geben aber einen ersten Einblick wie stochastische Tests entstehen und ausschauen können:

- Kirk, A. (2006): The Statistics Concept Inventory: Development and Analysis of a Cognitive Assessment Instrument in Statistics. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2130143 (Auch, wenn nicht altersstufengerecht)
- Lee, H.; Sanei, H.; Famularo, L.; Masters, J.; Bradshaw, L.; Schellman, M. (2023): Validating a concept inventory for measuring students' probabilistic reasoning: The case of reasoning within the context of a raffle. *The Journal of Mathematical Behavior* 71. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101081>
- Wiesner, P.; Binder, K.; Krauss, S.; Steib, N.; Leusch, C. (2023): Sechs verschiedene Darstellungsarten für "25%" - und wie man sie ineinander umrechnen kann. *Stochastik in der Schule* 43(1), S. 2-12. https://www.researchgate.net/publication/369147540_Sechs_versehiedene_Darstellungsarten_fur_25_-_und_wie_man_sie_ineinander_umrechnen_kann

Vektoren inhaltlich verstehen: Ein Lernangebot einsetzen

Ansprechperson: Florian Stampfer, florian.stampfer@uibk.ac.at oder Magdalena Steuxner, magdalena.steuxner@uibk.ac.at

In der Masterarbeit von Magdalena Steuxner wurde ein Unterrichtsdesign entwickelt, welches einigen bekannten Herausforderungen mit dem Vektorbegriff gerecht wird. Nach einem ersten Zyklus durchgeführter Design-Experimenten liegt ein Vorschlag für eine Überarbeitung des Lernmaterials vor.

Im Rahmen der angedachten Bachelorarbeit soll die Überarbeitung theoriegeleitet vorgenommen und ein zweiter Zyklus der Design-Experimente durchgeführt und analysiert werden, dabei kann methodisch auf die Arbeit von Steuxner zurückgegriffen werden.

Folgende Leitfragen weisen auf mögliche Forschungsschwerpunkte hin:

- Inwiefern zeigen sich Gemeinsamkeit bzw. Unterschiede bei den von den Schüler:innen verwendeten Formulierungen zwischen Zyklus 1 und Zyklus 2?
- Welche neue Überarbeitungsvorschläge lassen sich aus dem Zyklus 2 ableiten?

Literaturhinweise:

- Malle (2008)
- Steuxner (2025)

Themen für eine Masterarbeit

Literatur

- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2017). *Mathewerkstatt. 10, Schulbuch* (1. Aufl.). Cornelsen.
- Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and Learning of Probability. *ZDM – Mathematics Education*, 56(1), 5–17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- Binder, K., Krauss, S., & Bruckmaier, G. (2015). Effects of Visualizing Statistical Information – an Empirical Study on Tree Diagrams and 2×2 Tables. *Frontiers in Psychology*, 6. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2015.01186>
- Binder, K., Steib, N., & Krauss, S. (2022). Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? *Journal für Mathematik-Didaktik*. <https://doi.org/10.1007/s13138-022-00215-9>
- Büchter, T., Eichler, A., Steib, N., Binder, K., Böcherer-Linder, K., Krauss, S., & Vogel, M. (2022). How to Train Novices in Bayesian Reasoning. *Mathematics*, 10(9), 1558. <https://doi.org/10.3390/math10091558>
- Döller, V., & Götz, S. (2021). Baumdiagramme und Einheitsquadrate 4.0. *Stochastik in der Schule*, 41(3), 9–19.
- Dorn, A. (2019). *Bildung für nachhaltige Entwicklung im Sachunterrichtsstudium. Eine empirische Untersuchung zu Einstellungskategorien von Sachunterrichtsstudierenden* [Phdthesis]. Universität Siegen.
- George, A. A., Hall, G. E., & Stiegelbauer, S. (2008). *Measuring Implementation in Schools: The Stages of Concern Questionnaire* (2. print. with minor additions and corr). Southwest Educational Development Laboratory.
- Grissemann, A. (2023). *Analyse von Lernangeboten in ausgewählten Schulbüchern zur Minimierung von Problembereichen und zur Bewältigung von Hürden bei der Addition und Subtraktion von Brüchen* [Bachelorarbeit (unveröffentlicht)]. Universität Innsbruck.
- Hall, G. E., & Hord, S. M. (2006). *Implementing Change: Patterns, Principles, and Potholes* (2nd ed). Pearson/Allyn & Bacon.
- Khazanov, L., & Prado, L. M. G. (2010). Correcting Students' Misconceptions about Probability in an Introductory College Statistics Course. *ALM International Journal*, 5(1), 23–35. <https://www.semanticscholar.org/paper/Correcting-Students'-Misconceptions-about-in-an-Khazanov-Prado/9c7b043a36fd53824317d35bed97953700b0d3b3>
- Malle, G. (2008). Ein didaktisch orientiertes Vektorkonzept. *Didaktikheft der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (ÖMG)*, 40, 80–90. <https://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2007%20Band%2040/VortragMalle.pdf>

- Pant, H. A., Vock, M., Pöhlmann, C., & Köller, O. (2008). Offenheit für Innovationen. Befunde aus einer Studie zur Rezeption der Bildungsstandards bei Lehrkräften und Zusammenhänge mit Schülerleistungen. *Zeitschrift für Pädagogik*, 54(6), 827–845. <https://doi.org/10.25656/01:4379>
- Steuxner, M. (2025). *Punkte in Bewegung – Eine fachdidaktische Entwicklungsforschung zur Vektorrechnung* [Masterarbeit]. Innsbruck.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1983). Extensional versus Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgment. *Psychological Review*, 90(4), 293–315. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.90.4.293>